中級計量経済学・応用計量経済学宿題（１）

以下の問いに答えなさい。提出は 11 月 19 日（火）の授業時までとする。

１．$(X,Y)'$ は以下の正規分布に従っているとする。

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \right)$$

そのとき、$E(Y-a-bX)^2$ が最小になるように (a,b) の値を定めなさい。

２．$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$ から無作為標本 $(Y_i, X_i),\ i = 1, 2, \cdots, n$ が得られたとする。最小二乗法によって β_0, β_1 を推定し、$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ を計算するものとする。Y_i の予測値を $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ とし、残差を $\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i$ とする。

(i) 最小二乗法の一次の条件を用いて、$\sum_{i=1}^n \hat{u}_i$ と $\sum_{i=1}^n X_i \hat{u}_i$ を求めなさい。

(ii) $Y_i - \bar{Y} = (Y_i - \hat{Y}_i) + (\hat{Y}_i - \bar{Y})$ と分解して、

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n \hat{u}_i^2$$

が成り立つことを示しなさい。

(iii) その結果、$0 \le R^2 \le 1$ であることを示しなさい。

(iv) 定数項が必要であるにも関わらず、定数項を含めずに

$$\min_b \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_1 X_i)^2$$

によって最小二乗推定を行ってしまう場合を考えよう。欠落変数バイアスの一例として、その場合の $\hat{\beta}_1$ を求めなさい。その期待値が β_1 にならない（バイアスが生ずる）ことを示しなさい。

３．HP（http://www.kier.kyoto-u.ac.jp/~nishiyama/jyugyo2013.html）からデータ１（エクセルファイル）をダウンロードして、以下の計算をしなさい。

(i) Y_1 を被説明変数、X を説明変数として、最小二乗法によって係数を推定しなさい。

(ii) 決定係数を求めなさい。

(iii) 回帰直線の傾きが 2 であるかどうか、有意水準 5%で t 検定によって調べなさい。ただし、$\hat{V}$ として、講義ノートの（18）式（分散均一の場合の標準誤差）を用いなさい。

(iv) $\hat{V}$ として、講義ノートの（16）式（分散不均一の場合の標準誤差）を用いて、上と同じ検定をしなさい。

(v) Y_1 を Y_2 で置き換えて、上の (i), (iii), (iv) を解きなさい。

(vi) (Y_1, X) および (Y_2, X) の散布図を書いて、以上の結果をどのように解釈すべきか、述べなさい。