中級計量経済学・応用計量経済学宿題（2）

2013 年 1 月 11 日

以下の問いに答えなさい。提出は 1 月 25 日（金）の授業時までとする。

１．x,y をそれぞれスカラーの確率変数とする、定数項が 0 のモデル

$$y = \beta x + u$$

を考える。ただし、誤差項 u は $E(u) = 0$ であるが、x と相関をもつ可能性があり、$E(ux) = \delta$ とする（$\delta = 0$ なら x は外生変数であり、そうでなければ内生変数である)。また、$E(x) = 0, Var(x) = \sigma_x^2$ とする。x に対する適切な操作変数を z として、無作為標本 $(y_1, x_1, z_1), \cdots, (y_n, x_n, z_n)$ を得たとする。$E(z) = 0, Var(z) = \sigma_z^2, Cov(x, z) = \sigma_{xz}$ で、u は分散均一、つまり $E(u^2|x, z) = \sigma_u^2$ であるとする。そのとき、以下に沿って、Hausman 検定統計量が帰無仮説の下で

$$n(\hat{\beta}_{2SLS} - \hat{\beta}_{OLS})(V_{2SLS} - V_{OLS})^{-1}(\hat{\beta}_{2SLS} - \hat{\beta}_{OLS}) \xrightarrow{d} \chi_1^2 \tag{1}$$

となることを示しなさい。ただし、V_{2SLS}, V_{OLS} はそれぞれ 2SLS 推定量と OLS 推定量の漸近分散である。（注：実際には、V_{2SLS} と V_{OLS} をそれらの一致推定量で置き換えたものが検定統計量であるが、ここでは問題を簡単にするために真の漸近分散を用いている）

(i) Hausman 検定の帰無仮説を記しなさい。

(ii) $\hat{\beta}_{2SLS}$ と $\hat{\beta}_{OLS}$ をデータを用いて表しなさい。（適当にデータベクトルを定義してベクトル表示してもよい）

(iii) 帰無仮説の下で、V_{2SLS} と V_{OLS} を求めなさい。

(iv) $\hat{\beta}_{2SLS} - \hat{\beta}_{OLS}$ を (x, z, u) を用いて表しなさい。

(v) $\sqrt{n}(\hat{\beta}_{2SLS} - \hat{\beta}_{OLS})$ について、中心極限定理を示しなさい。またその漸近分散が $V_{2SLS} - V_{OLS}$ であることを示しなさい。

(vi) その結果、(1) が成り立つことを示しなさい。

(vii) もし帰無仮説が間違っていたら、$n \to \infty$ のときに (1) の左辺はどうなるか？

HP（http://www.kier.kyoto-u.ac.jp/~nishiyama/jyugyo2012.html）から data2（エクセルファイル）をダウンロードして、次の問題を解きなさい。シート１，２を問２で、シート３を問３で用いる。

２．次のパネルモデルから、データ $(y_{it}, x_{it}),\ i=1,2,\cdots,100,\ t=1,2$ が得られた。

$$y_{it} = \alpha_i + \beta x_{it} + \epsilon_{it}$$

ただし、x_{it} はすべての i,t について iid である。また、ϵ_{it} はすべての i,t について互いに独立で、$X = \{x_{it}\}_{i=1,\cdots,100,t=1,2}$、$\alpha = \{\alpha_i\}_{i=1,\cdots,100}$ として、$E(\epsilon_{it}|\alpha, X) = 0$、$Var(\epsilon_{it}|\alpha, X) = \sigma^2$ であるとする。そのデータが data2(excel) のシート１，２である。シート１は $y_{it},\ i=1,2,\cdots,100,\ t=1,2$、シート２は $x_{it},\ i=1,2,\cdots,100,\ t=1,2$ のデータである。

(i) このデータを用いて、β の固定効果推定値を $\hat{\beta}^{FE}$ を計算しなさい。

(ii) $\hat{\beta}^{FE}$ の分散を推定しなさい。

(iii) 帰無仮説 $\beta = 0$ を有意水準５％で両側検定しなさい。

３．data2(excel) のシート３は、以下の probit モデルから得られたデータである。

$$y_i = \begin{cases} 1, & \alpha + \beta x_i + \epsilon_i \geq 0 \\ 0, & \alpha + \beta x_i + \epsilon_i < 0 \end{cases}$$

ただし、$\epsilon_i | x_i \sim iidN(0,1)$ である。

(i) y を被説明変数、x を説明変数として、通常の線形回帰モデル $y_i = a + bx_i + u_i$ を考え、最小二乗法によって (a,b) を推定しなさい。

(ii) (i) の結果に基づき、分散不均一があっても大丈夫な分散推定量（講義ノート２、4 ページ参照）を用いて、帰無仮説 $b = 4$ を有意水準 5%で両側検定しなさい。

(iii) 二項選択の構造を考えて最尤法によって (α, β) を推定しなさい。

(iv) (iii) の結果に基づき、帰無仮説 $\beta = 4$ を有意水準 5%で両側検定しなさい。パッケージソフトを用いずに計算する場合、$H_i(\beta_0)$ の表現は http://www.kier.kyoto-u.ac.jp/~nishiyama/Advanced_Econometrics2011.pdf のノート、p.53 の $H(y_i, x_i; \beta_0)$ で、$F = \Phi,\ f = \phi$ とすれば得られる。なお、そのとき $f'(z) = \phi'(z) = -z\phi(z)$ である。