

中級計量経済学・応用計量経済学宿題（1）

2012年11月27日

以下の問いに答えなさい。提出は12月7日（金）の授業時までとする。

1. $(X, Y)'$ は以下の正規分布に従っているとする。

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim N\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}\right)$$

そのとき、 $E(Y - a - bX)^2$ が最小になるように (a, b) の値を定めなさい。

2. 無作為標本 (y_i, X_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ が得られたとき、定数項を含めた回帰モデル $y_i = \beta'X_i + u_i$ を最小二乗法によって推定し、 $\hat{\beta}$ を計算するものとする。 y_i の予測値を $\hat{y}_i = \hat{\beta}'X_i$ として、

- (i) $E(\hat{y}_i - y_i)$ を求めなさい。その結果、予測にバイアスがあるか、ないか？
- (ii) 分散均一を仮定して、 $\text{var}(\hat{y}_i | X_1, \dots, X_n)$ の値を求めなさい。
- (iii) 最小二乗法の一次の条件を用いて、 $\sum_{i=1}^n X_i \hat{u}_i$ を求めなさい。
- (iv) (iii) の結果を用いて、講義ノートの (27) 式の二つ目の等号が成立することを示しなさい。

3. HP (<http://www.kier.kyoto-u.ac.jp/~nishiyama/jyugyo2012.html>) からデータ 1（エクセルファイル）をダウンロードして、以下の計算をしなさい。

- (i) Y_1 を被説明変数、 X を説明変数として、最小二乗法によって係数を推定しなさい。
- (ii) 決定係数を求めなさい。
- (iii) 回帰直線の傾きが 2 であるかどうか、有意水準 5% で t 検定によって調べなさい。ただし、 \hat{V} として、講義ノートの (18) 式（分散均一の場合の標準誤差）を用いなさい。
- (iv) \hat{V} として、講義ノートの (16) 式（分散不均一の場合の標準誤差）を用いて、上と同じ検定をしなさい。
- (v) Y_1 を Y_2 で置き換えて、上の (i), (iii), (iv) を解きなさい。
- (vi) (Y_1, X) および (Y_2, X) の散布図を書いて、以上の結果をどのように解釈すべきか、述べなさい。